

ACTION D'UN JET SUR UN OBSTACLE

APPLICTION DU THEOREME D'EULER

I. INTRODUCTION

L'un des procédés de transformation de l'énergie hydraulique consiste à utiliser la pression pour mener le fluide à prendre des vitesses d'écoulement très importantes. Le jet produit est dirigé sur les pales d'une turbine qui sera mise en rotation par le moment de la quantité d'accélération de l'écoulement sur son axe. Ce type de turbines hydrauliques peut atteindre une puissance de 100 MW et avoir un rendement supérieur à 90%.

L'expérience décrite ci-dessous permet d'étudier la force appliquée par un jet frappant un disque ou une hémisphère, en fonction de la quantité d'accélération de l'écoulement.

II. DESCRIPTION DE L'APPAREIL ET CALCULS PRIMAIRES

La figure 1 donne le schéma de l'appareil relié au banc hydraulique par un tuyau vertical équipé à une de ses extrémités d'un gicleur produisant le jet. Ce jet est envoyé sur un auget en forme de disque ou d'hémisphère. Le gicleur et l'auget sont dans un cylindre transparent. La base de ce cylindre est équipée d'une conduite de retour débitant le réservoir de mesure de débit du banc hydraulique.

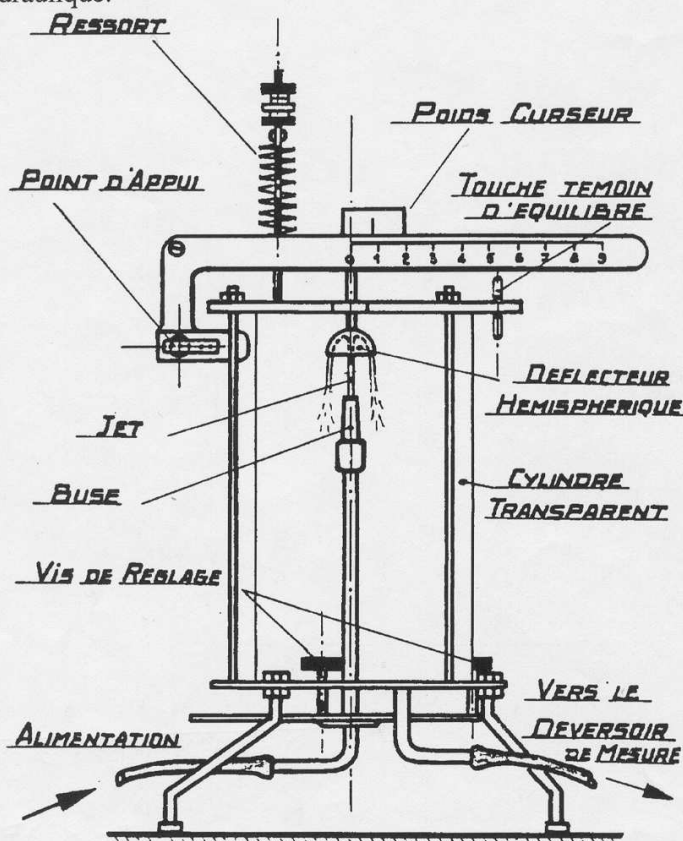


Figure 1 : Schéma de l'appareil d'étude de l'impact d'un jet

Mesure de l'action du jet R_z

Comme indiqué sur la figure 1, l'auget est monté sur un levier articulé sur lequel peut se déplacer une masse mobile. Ce levier est maintenu en position par un ressort de raideur très faible.

En l'absence du jet, le levier est mis en position zéro, en plaçant la masse mobile (de masse « m ») devant la graduation zéro de la règle graduée (située à la distance a du centre de rotation O du fléau) pour ensuite rechercher la position horizontale en manœuvrant l'érou moleté du ressort (cf. figure 2a). La position horizontale du levier est indiquée par le repérage du levier à l'aide d'une tige coulissante marquée de deux saignées.

Lorsque l'obstacle est soumis à l'action du jet R_z , on établit l'équilibre en déplaçant la masse mobile sur le levier à la position $a + x$ (cf. figure 2b), c'est-à-dire jusqu'à ce que le levier revienne à sa position initiale indiquée par le repérage.

On donne les données numériques suivantes :

- | | |
|--|----------------------|
| • diamètre du gicleur : | 10 mm |
| • section du gicleur « S_1 » : | 78.5 mm ² |
| • masse de la masse mobile « m » : | 0.610 kg |
| • distance du centre des augets à l'articulation « a » : | 0.1525 m |

Questions :

➤ **Q1 :** En notant M_R , le moment induit autour de O par le ressort, et P , le poids de l'obstacle et de son support (le centre de gravité de l'ensemble est distant de a du centre O), appliquer les équations d'équilibre des moments au levier (avec ou sans jet) par rapport à l'axe O pour établir la relation entre la force exercée sur le déflecteur et la position x de la masse par rapport au zéro.

Mesure du débit

Le système de pesée de précision du banc hydraulique à un fléau dont le bras de levier a un rapport de 3/1. Il est conçu pour réaliser des mesures précises de masse d'eau allant jusqu'à 36 kg.

Avant de réaliser le travail expérimental proprement dit, les utilisateurs doivent se familiariser avec la technique de mesure de débit présentée en annexe.

Questions :

➤ **Q2 :** Ouvrir la vanne à plein régime. Faire 5 mesures différentes de débit. Réduire ensuite le débit deux fois pour effectuer d'autres mesures (essayer d'avoir les trois valeurs du débit régulièrement espacées). Compléter alors le tableau 1, puis déduire l'erreur maximale commise dans la mesure du débit. Il faut bien noter la valeur de la masse accrochée.

III. THEORIE

Dans la mécanique rationnelle du point et du système matériel deux théorèmes jouent un rôle fondamental et ont chacun leur homologue en mécanique des fluides :

1. Le théorème de l'énergie cinétique auquel correspond, en hydraulique, le théorème de Bernoulli,
2. Le théorème de quantité de mouvement auquel correspond le théorème d'Euler.

Chacun de ces deux théorèmes peut se démontrer à partir des équations générales du mouvement appliquées à un courant liquide. On appelle un courant liquide le volume du fluide en écoulement constitué par plusieurs filets liquides juxtaposés.

Soit MN la trajectoire d'une particule liquide prise dans une masse liquide incompressible en mouvement permanent (figure 3). Considérons une surface AB infiniment petite, de centre de gravité M, normale à MN en M et telle que les particules qui s'y trouvent ont des vitesses normales à AN, égales à celle de la particule M ($= \vec{V}_1$) et des trajectoires s'écartant très peu de MN. L'ensemble de ces trajectoires forme une sorte de tube à section transversale infiniment petite et dont l'axe est la ligne MN. Le liquide contenu dans ce tube constitue le filet liquide.

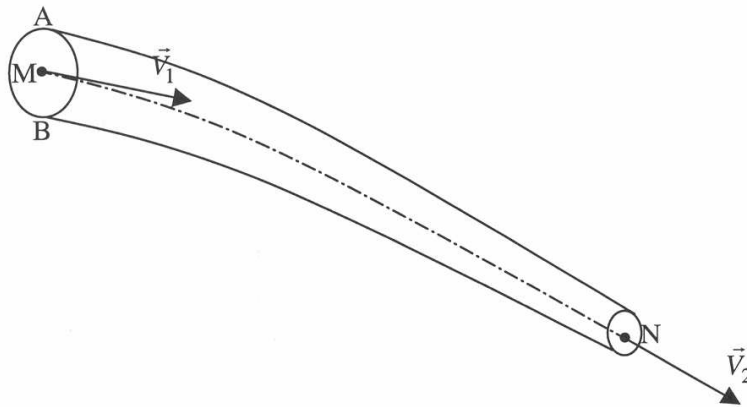


Figure 3 : Notion du courant liquide

Théorème d'EULER

L'application du théorème de quantité de mouvement au courant liquide avec des filets liquides de vitesses constantes, donne alors le théorème d'Euler. Son expression mathématique est la suivante :

$$\rho \int_S \vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{n}) d\sigma = \sum \vec{F}_{ext} \quad (1)$$

où ρ est la masse volumique du fluide.

$\rho \int_S \vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{n}) d\sigma$ représente la quantité de mouvement : $d\sigma$ est un élément de surface dans S, \vec{n}

est le vecteur normal à $d\sigma$ et S étant la surface extérieure du courant liquide

$\sum \vec{F}_{ext}$ représente la somme des forces extérieures. Celles-ci comprennent les forces volumiques (le poids du courant liquide si celui-ci est soumis à l'action de la pesanteur seulement) et les forces surfaciques appliquées sur toute la surface extérieure du courant liquide (S). Ces dernières comprennent les forces de pression et les forces de frottement.

Théorème de BERNOULLI

Le théorème de Bernoulli s'annonce qu'en tout point d'un filet liquide pris dans une masse liquide parfait et soumis à la seule action de la pesanteur, la côte, la hauteur représentative de la pression et la hauteur représentative de la vitesse forment une somme constante, soit :

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = H = Cte \quad (2)$$

Le terme $z + p/\rho g$ représente l'énergie potentielle (énergie de position z et énergie de pression $p/\rho g$), et le terme $V^2/2g$ représente l'énergie cinétique. Leur somme H représente donc l'énergie mécanique totale par unité de poids du liquide considéré.

Le théorème de Bernoulli peut être également développé pour le cas des fluides réels. En tout point d'un filet liquide pris dans une masse liquide de fluidité non parfaite en mouvement permanent dans le champs de pesanteur, la côte, la hauteur représentative de la pression, la hauteur représentative de la vitesse (elle représente également l'énergie cinétique) et la perte de charge depuis l'origine du mouvement forment une somme constante. On écrit :

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + j = H = Cte \quad (3)$$

où j est la perte de charge depuis l'origine du mouvement jusqu'au point considéré.

Remarque

Si l'on considère un courant liquide constitué par plusieurs filets liquides juxtaposés à des vitesses différentes, il dans certains cas possible de remplacer les vitesses des différentes particules dans une section transversale S du courant liquide par la vitesse moyenne. Dans ce cas l'énergie cinétique réelle et la quantité de mouvement du courant liquide est toujours supérieure à l'énergie cinétique et la quantité de mouvement fictives correspondantes à la vitesse moyenne. On affecte alors ce résultat de deux coefficients α et β , supérieur à l'unité (très proche de 1 en écoulement turbulent), respectivement pour l'énergie cinétique et la quantité de mouvement.

Questions :

➤ **Q3** : Considérons, figure 4, un jet axisymétrique de révolution, à la pression atmosphérique, qui vient frapper un obstacle de révolution, les deux axes de révolution étant confondus. Le jet est dévié par cet obstacle qui subit l'action hydrodynamique du jet sur sa surface intérieure ainsi que l'action de la pesanteur atmosphérique sur sa surface extérieure. Montrer d'après le théorème d'Euler que l'action globale R_z sur l'obstacle (qui peut être mesurée sur le dispositif expérimental, selon la direction z sur l'installation de travaux pratiques) s'écrit :

$$R_z = \rho Q_v (V_1 + V_2 \sin \alpha) \quad (4)$$

où Q_v est le débit volumique

Préciser l'ensemble des hypothèses utilisées dans le calcul.

➤ **Q4** : Appliquer le théorème de Bernoulli pour démontrer que $V_1 = V_2 = V$. Préciser l'ensemble des hypothèses utilisées dans le calcul.

Dans ce cas, l'expression [4] devient :

$$R_z = \rho \frac{Q_v^2}{S_1} (1 + \sin \alpha) \quad (5)$$

➤ **Q5** : Pour chaque cas (déflecteur plat ou hémisphérique), déduire d'après l'équation [5] les relations théoriques qui lie R_z à la quantité de mouvement $W = \rho Q_v^2 / S_1$. Préciser quelle est le type de déflecteur qui donne le meilleur rendement.

IV. ETUDE EXPERIMENTALE

L'appareil étant de niveau, on effectue la mise à zéro du levier, comme indiqué précédemment. L'eau est ensuite introduite dans l'appareil. On règle la vanne d'alimentation du banc hydraulique pour obtenir le débit maximum. Pour ce débit, on relève la position correspondante de la masse mobile sur le levier (noter bien l'erreur commise dans la lecture). On réduira ensuite le débit par palier pour obtenir un nombre ~~assez~~ de points de mesures régulièrement espacés. Cette manipulation s'effectue pour le disque et pour l'hémisphère.

ATTENTION, le changement de déflecteur est une opération délicate, il ne faut pas le faire tomber au fond du vase.

Questions :

➤ **Q6** : Représenter les mesures dans les tableaux 2 et 3, respectivement pour le disque et pour l'hémisphère. Reporter également les résultats expérimentaux sur le graphique 5. Choisir la variable en abscisse de manière à faire apparaître la linéarité entre la force R_z et la quantité de mouvement W . Faire un calcul d'erreur et déduire les pentes expérimentales moyennes.

➤ **Q7** : Sur le même graphe, représenter pour chaque cas (déflecteur plat ou hémisphérique) les relations théoriques. Comparer alors les résultats théoriques et expérimentaux. On pourra s'aider pour cela des calculs d'erreur sur les mesures et d'une critique des hypothèses utilisées pour le calcul théorique.

ANNEXE

Technique de mesure de débit

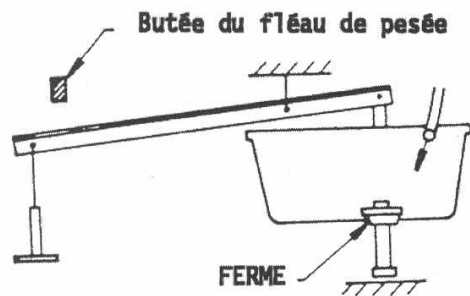
- a) Fermer la vanne d'alimentation.
- b) Mettre la pompe en marche.
- c) Ouvrir la vanne d'alimentation du blanc.
- d) Dégager le fléau de pesée à l'aide du système à tirette. Soulever le fléau de pesée durant 10-15 secondes pour s'assurer que le réservoir de pesée est vide.
- e) Le fléau de pesée sera dans sa position basse seulement muni de l'accroche-poids (figure 2a). Glisser la butée du fléau au-dessus du fléau de pesée.
- f) Se munir d'un chronomètre permettant de mesurer le temps. Actionner le chronomètre au moment où le fléau touche la butée du fléau (position horizontale du fléau) et raccrocher rapidement les poids choisis sur l'accroche-poids (figure 2b et 2c).
- g) Lorsque le poids d'eau déterminé par les poids choisis s'est écoulé dans le réservoir, le fléau se trouvera à nouveau en position horizontale (figure 2d). Arrêter le chronomètre à ce moment-là (c'est-à-dire lorsque le fléau touche de nouveau la butée du fléau) et noter le temps écoulé.
- h) Changer le débit et répéter les étapes de d à g.
- i) Pour vider le réservoir de pesée, baisser le fléau de pesée et retirer la butée. Lever doucement le fléau jusqu'à ce qu'il soit en butée contre la réservoir de stockage. Enlever les poids ; le réservoir continuera de se vider. Lorsque le fléau aura retrouvé sa position horizontale, le soulever environ 10-15 seconde pour finir le vidange.
- j) A la fin de TP fermer la vanne d'alimentation et stopper complètement la pompe

Remarques :

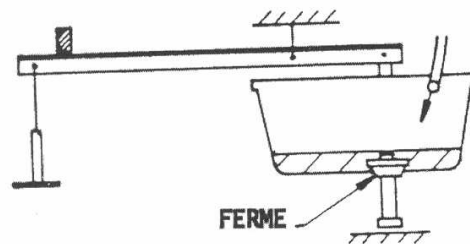
- a) La masse d'eau recueillie est le triple des masses accrochées

$$Q_v = \frac{3M_{\text{accrochées}}}{t} ; M_{\text{accrochées}}(kg), t(s), Q_v(l/s)$$

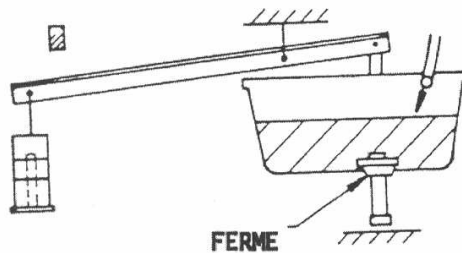
- b) Le poids d'eau à choisir pour la mesure du temps dépend du débit employé. Avec un temps approximatif de 60 secondes, on obtiendra des résultats valables.
- c) Après la vidange, il reste toujours de l'eau dans le tube de la vanne d'évacuation et quelques gouttes dans le bas du réservoir de pesée. Il faut faire une correction du temps en retranchant 3.5 secondes pour obtenir des résultats plus fiables.



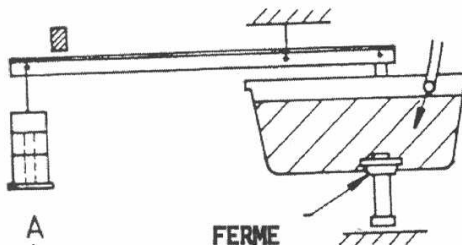
- (a) (i) butée positionnée au-dessus du fléau
 (ii) démarrer la pompe
 (iii) vanne d'évacuation fermée



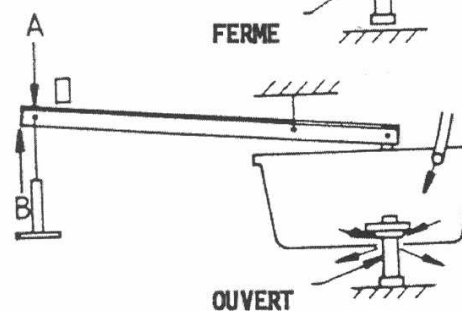
- (b) (i) le fléau se met à l'horizontal
 (ii) démarrer le chronomètre



- (c) (i) ajouter les poids requis



- (d) (i) le fléau se met à l'horizontal
 (ii) arrêter le chronomètre



- (e) (i) vidanger
 (ii) appuyer sur A
 (iii) déplacer la butée
 (iv) relever doucement le fléau
 (v) décrocher les poids
 (vi) soulever le fléau au point B durant 10 à 15 secondes pour terminer la vidange

ACTION D'UN JET SUR UN OBSTACLE

Compte rendu expérimental

Groupe :	Date :
Noms :	

CALCULS PRIMAIRES

Mesure de l'action du jet R_z

➤ **Q1** : En notant M_R , le moment induit autour de O par le ressort, et P , le poids de l'obstacle et de son support (le centre de gravité de l'ensemble est distant de a du centre O), appliquer les équations d'équilibre des moments au levier (avec ou sans jet) par rapport à l'axe O pour établir la relation entre la force exercée sur le déflecteur et la position x de la masse par rapport au zéro.

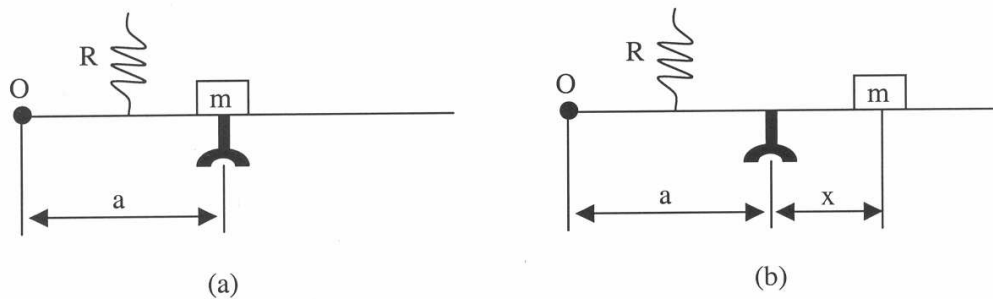


Figure 2 : Schéma d'équilibre de la balance

Mesure du débit

➤ **Q2** : Ouvrir la vanne à plein régime. Faire 5 mesures différentes de débit. Réduire ensuite le débit deux fois pour effectuer d'autres mesures (essayer d'avoir les trois valeurs du débit régulièrement espacées). Compléter alors le tableau 1, puis déduire l'erreur maximale commise dans la mesure du débit. Il faut bien noter la valeur de la masse accrochée.

Tableau 1 : Mesure du débit : reproductibilité des mesures

N° d'essai	M =	kg	M =	kg	M =	kg
	t(s)	Q_v (l/s)	t(s)	Q_v (l/s)	t(s)	Q_v (l/s)
1						
2						
3						
4						
5						

Commentaire

Groupe : Date :

Noms :

THEORIE

➤ Q3 : Considérons, figure 4, un jet axisymétrique de révolution, à la pression atmosphérique, qui vient frapper un obstacle de révolution, les deux axes de révolution étant confondus. Le jet est dévié par cet obstacle qui subit l'action hydrodynamique du jet sur sa surface intérieure ainsi que l'action de la pesanteur atmosphérique sur sa surface extérieure. Montrer d'après le théorème d'Euler que l'action globale R_z sur l'obstacle (qui peut être mesurée sur le dispositif expérimental, selon la direction z sur l'installation de travaux pratiques) s'écrit :

$$R_z = \rho Q_v (V_1 + V_2 \sin \alpha) \quad (6)$$

où Q_v est le débit volumique

Préciser l'ensemble des hypothèses utilisées dans le calcul.

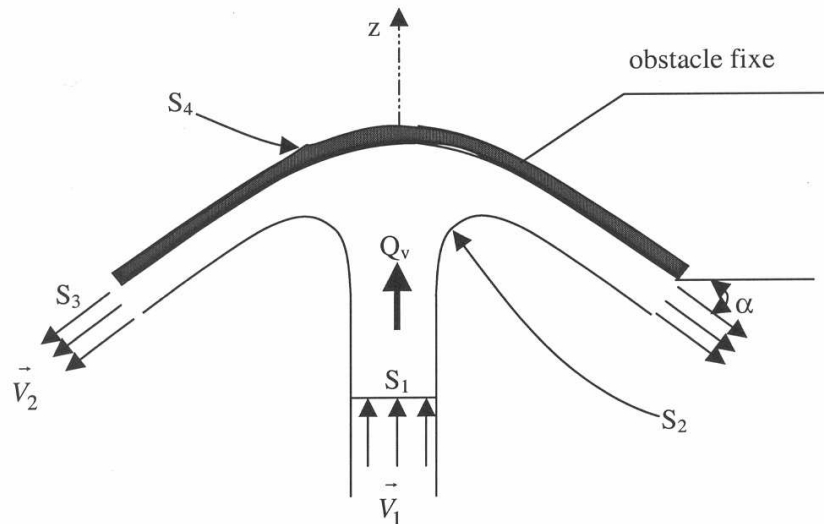


Figure 4 : Représentation du domaine de fluide utilisé dans le calcul

Groupe :

Date :

Noms :

.....

.....

➤ **Q4** : Appliquer le théorème de Bernoulli pour démontrer que $V_1 = V_2 = V$. Préciser l'ensemble des hypothèses utilisées dans le calcul.

Groupe : **Date** :

Noms :.....

5

➤ **Q5** : Pour chaque cas (déflecteur plat ou hémisphérique), déduire d'après l'équation [6] les relations théoriques qui lie R_z à la quantité de mouvement $W = \rho Q_v^2 / S_1$. Préciser quelle est le type de déflecteur qui donne le meilleur rendement.

Groupe :

Date :

Noms :

.....

.....

Calcul d'erreur et pentes expérimentales

Q7 : Sur le même graphe, représenter pour chaque cas (déflecteur plat ou hémisphérique) les relations théoriques. Comparer alors les résultats théoriques et expérimentaux. On pourra s'aider pour cela des calculs d'erreur sur les mesures et d'une critique des hypothèses utilisées pour le calcul théorique.

Commentaire

Groupe : **Date** :
Noms :

Groupe : Date : 13

Noms :

Figure 5 (Q6 et Q7) : Représentation graphique des mesures

